Università degli Studi di Firenze,
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Esame di Calcolo Numerico e Statistica — Prova di Statistica
4-9-2002

NOTA BENE: Nel rispondere alle domande teoriche è necessario definire TUTTI i termini introdotti, spiegare le notazioni e indicare CHIARAMENTE i passaggi.

1. (a) Scrivere la funzione di massa di probabilita' della variabile casuale Binomiale X con parametri $n = 20$ e $p = 0.3$.

   (b) Che tipo di esperimento casuale da' luogo alla variabile X definita al punto (a) precedente?

   (c) Indicare il valore atteso (la media) e la varianza della variabile casuale Binomiale generale.

   (d) La probabilita' che un pezzo prodotto da una fabbrica sia difettoso e' 0.02. Vengono spediti 10 000 pezzi al magazzino. Determinare il numero atteso μ di pezzi difettosi e lo scarto quadratico medio σ.

2. (a) Definire la funzione di densita' della variabile casuale normale con parametri $\mu = 1$ e $\sigma^2 = 4$.

   (b) Supponiamo che nel mese di giugmo la tempreatura X sia distribuita normalmente con media 25 gradi Celsius e scarto quadratico medio 5 gradi. Si determini la probabilita' che la temperatura sia compresa tra 25.3 e 29 gradi.

3. Siano date due variabili X e Y con distribuzione congiunta

	$Y = 0$	$Y = 1$
$X = 0$	0.4	0.1
$X = 1$	0.1	0.4

   (a) Calcolare il valor medio di X. (b) Calcolare la covarianza tra X e Y. (c) Il coefficiente di correlazione e' positivo o negativo? Perche'?

Soluzioni

1. (a) E' $p(x) = \binom{20}{x} 0.3^x \times 0.7^{20-x}$ per $x = 0, 1, \ldots, 20$. (b) X e' il numero di successi in 20 prove di Bernoulli indipendenti ciascuna con probabilita' di successo 0.3 e probabilita' di insuccesso 0.7. (c) $E(X) = np$ e $\text{var}(X) = np(1-p)$ dove p e' la probabilita' di successo e n il numero di prove. (d) $\mu = 10000 \times 0.02 = 200$ e $\sigma = \surd(\times 10000 \times 0.02 \times 0.98) = \surd 196 = 14$.

2. (a) La funzione di densita' e'

$$p(x) = \frac{1}{\surd(8\pi)} e^{-\frac{1}{2}(x-1)^2/4}$$

per x reale qualsiasi. (b) La probabilita' e' il 26% circa poiche'

$$\begin{aligned} P(25.3 < X < 29) &= P\left(\frac{25.3-25}{5} < Z < \frac{29-25}{5}\right) \\ &= P(0.06 < Z < 0.8) = 0.788 - 0.523 = 0.264. \end{aligned}$$

dove Z e' normale standard.

3. (a) X ha modalita' 0 e 1 con probabilita' entrambe 0.5, percio' la media e' $\frac{1}{2}$. (b) Anche la media di Y e' $\frac{1}{2}$ mentre $E(XY) = 0.4$ chiaramente. Percio'

$$\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 0.4 - 0.25 = 0.15 > 0$$

(c) Il coefficiente di correlazione e' ovviamente positivo. Infatti ha lo stesso segno della covarianza.