

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE, CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA
Esame di Calcolo Numerico e Statistica
Prova di Statistica (pari) — 15-4-2003

NOTA BENE: Nel rispondere alle domande teoriche' e' necessario definire TUTTI i termini introdotti e spiegare le notazioni. Per risolvere i problemi e' necessario spiegare i passaggi.

1. (a) Dare la definizione di valore atteso di una variabile aleatoria discreta e di una variabile aleatoria continua. (b) Dare la definizione di valore atteso di una trasformazione $g(X)$ di una variabile aleatoria. (c) Data la variabile X con funzione di probabilita'

$x:$	100	101	102	103
$p(x)$	0.1	0.3	0.4	0.2

Calcolare il valore atteso $E(X - 100)$ e dedurre da questo risultato il valore atteso di $E(X)$. Calcolare la varianza di $X - 100$ e dedurre da questo risultato la varianza di X .

2. In un ipotetico stato ci sono 5 regioni e le proporzioni dei lavoratori provenienti da ciascuna regione sono: 10%, 25%, 20%, 15% e 30%. Le percentuali di disoccupati nelle stesse regioni sono rispettivamente: 5%, 2%, 3%, 1%, 8%. (a) Estraeendo a caso un lavoratore qual e' la probabilita' che egli sia un disoccupato? (b) Quale teorema del Calcolo delle Probabilita' avete usato? Dimostrarlo. (c) Estraeendo a caso un lavoratore questo risulta disoccupato. Qual e' la probabilita' che provenga dalla regione 1?
3. Le specifiche di un certo componente richiedono che la temperatura in un certo punto non superi 300 gradi. Un produttore di questo componente sa di essere in grado di costruire componenti con una temperatura media di 280 gradi, scarto quadratico medio 16 gradi e distribuzione normale delle temperature. Quale e' la probabilita' che i componenti prodotti debbano essere scartati perche' non seguono le specifiche?

Funzione di ripartizione della normale standardizzata.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998

Esempio. La probabilità $P(Z < 1.23)$ dove $Z \sim N(0, 1)$ è 0.8907 all'incrocio della riga **1.2** e della colonna **3**.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE, CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA
Esame di Calcolo Numerico e Statistica
Prova di Statistica (dispari) — 15-4-2003

NOTA BENE: Nel rispondere alle domande teoriche e' necessario definire TUTTI i termini introdotti e spiegare le notazioni. Per risolvere i problemi e' necessario spiegare i passaggi.

1. Una compagnia di trasporti ferroviari afferma che il 95% dei suoi treni arriva in orario. Un individuo viaggia su quattro treni di questa compagnia. Assumendo che l'affermazione fatta dalla compagnia sia giusta, qual e' la probabilita' (a) che tutti e tre arrivino in orario? (b) che uno arrivi in orario? (c) che almeno 2 arrivino in orario? (d) Per rispondere alle domande precedenti e' necessario fare due assunzioni fondamentali. Spiegare quali sono.
2. (a) Dimostrare che se due variabili sono indipendenti allora sono incorrelate. (b) Siano date due variabili X e Y con la seguente funzione di probabilita' congiunta:

$Y \setminus X$	-1	0	2
0	0.08	0.25	0.07
2	0.12	0.35	0.13

- (b) Scrivere la distribuzione ddi probabilita' di $X | y = 2$. (c) X e Y sono indipendenti? Giustificare. (d) Calcolare la covarianza di X e Y .
3. Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di densita' $f(x) = 3x^2$ per $0 < x < 1$ e $f(x) = 0$ altrove. (a) Calcolare la probabilita' che X sia maggiore di $1/4$. (b) Calcolare la media di X . (c) Calcolare la mediana di X .