

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE, CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA
Esame di Calcolo Numerico e Statistica
Prova di Statistica — 28-7-2003

NOTA BENE: Nel rispondere alle domande e' necessario definire i termini introdotti, spiegare le notazioni e fornire i passaggi.

1. Si abbiano le seguenti variabili aleatorie:

$$X \sim \text{Poisson}(\lambda = 2.5), \quad Y \sim \text{Binomiale}(n = 5, p = 0.8), \quad U \sim N(\mu = 60, \sigma^2 = 4)$$

(a) Scrivere le rispettive funzioni di probabilita' o di densita' di probabilita' (in modo completo, cioe' fornendo anche le modalita' della variabile). (b) Calcolare inoltre:

$$\text{var}(X), \quad P(X = 0), \quad P(X > 0), \quad E(Y), \quad P(Y = 2), \quad P(59.5 < U < 62.3).$$

2. Un test medico per una data malattia M ha come possibili risultati su un certo individuo + (l'individuo ha la malattia) e - (non ce l'ha). Ovviamente puo' capitare che il test dia un risultato positivo, ma che l'individuo sia sano (evento M^c). Le probabilita' congiunte sono

	M	M^c
+	0.0081	0.0900
-	0.0090	0.8929

- (a) Calcolare la probabilita' che il test segnali un corretto positivo, cioe' $P(+ | M)$. (b) Calcolare la probabilita' di un corretto negativo. Supponiamo ora che un individuo faccia il test e questo dia un risultato positivo. (c) Qual e' la probabilita' che l'individuo abbia veramente la malattia?
3. (a) Definire la covarianza tra due variabili aleatorie X e Y . (b) Che tipo di indice e' la covarianza e come si interpreta? (c) E' un numero puro? (d) Come si interpreta il caso in cui $\text{cov}(X, Y) = 0$? (e) Dimostrare che $\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$. (f) Se $\text{cov}(X, Y) = 2$ a quanto e' uguale $\text{cov}(X, 3Y - 10)$? (g) Se il coefficiente di correlazione e' zero le due variabili sono indipendenti? Giustificare.

Funzione di ripartizione della normale standardizzata.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998

Esempio. La probabilità $P(Z < 1.23)$ dove $Z \sim N(0, 1)$ è 0.8907 all'incrocio della riga **1.2** e della colonna **3**.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE, CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA
Esame di Calcolo Numerico e Statistica
Prova di Statistica — 28-7-2003

NOTA BENE: Nel rispondere alle domande e' necessario definire i termini introdotti, spiegare le notazioni e fornire i passaggi.

1. Si abbiano le seguenti variabili aleatorie:

$$X \sim \text{Poisson}(\lambda = 4.3), \quad Y \sim \text{Binomiale}(n = 4, p = 0.1), \quad U \sim N(\mu = 300, \sigma^2 = 1024)$$

(a) Scrivere le rispettive funzioni di probabilita' o di densita' di probabilita' (in modo completo, cioe' fornendo anche le modalita' della variabile). (b) Calcolare inoltre:

$$\text{var}(X), \quad P(X = 0), \quad P(X > 0), \quad E(Y), \quad P(Y = 2), \quad P(250 < U < 325).$$

2. Un test medico per una data malattia M ha come possibili risultati su un certo individuo $+$ (l'individuo ha la malattia) e $-$ (non ce l'ha). Ovviamente puo' capitare che il test dia un risultato positivo, ma che l'individuo sia sano (evento M^c). Le probabilita' congiunte sono

	M	M^c
$+$	0.0050	0.0800
$-$	0.0085	0.9065

- (a) Calcolare la probabilita' che il test segnali un corretto positivo, cioe' $P(+ | M)$. (b) Calcolare la probabilita' di un corretto negativo. Supponiamo ora che un individuo faccia il test e questo dia un risultato positivo. (c) Qual e' la probabilita' che l'individuo abbia veramente la malattia?
3. (a) Definire la covarianza tra due variabili aleatorie X e Y . (b) Che tipo di indice e' la covarianza e come si interpreta? (c) E' un numero puro? (d) Come si interpreta il caso in cui $\text{cov}(X, Y) = 0$? (e) Dimostrare che $\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$. (f) Se $\text{cov}(X, Y) = 2$ a quanto e' uguale $\text{cov}(10X + 5, Y)$? (g) Se il coefficiente di correlazione e' zero le due variabili sono indipendenti? Giustificare.