

NOTA BENE: Nel rispondere alle domande e' necessario definire i termini introdotti, spiegare le notazioni e fornire i passaggi.

1. Si consideri la variabile discreta X con modalità $x = 0, 1, 2$ e funzione di probabilità $f(0) = (1 - p)^2$, $f(1) = 2p(1 - p)$ e $f(2) = p^2$ per $0 < p < 1$. (a) Dimostrare che e' ben definita. (b) Trovare $E(X^2)$. (c) Trovare la varianza. (d) La variabile X e' un caso particolare di quale variabile? Commentare. (e) Dimostrare che la varianza della variabile uniforme continua sull'intervallo $[0,1]$ e' $1/12$. (f) Date due variabili X_1 e X_2 uniformi su $[0,1]$, indipendenti trovare la varianza della loro differenza $X_1 - X_2$.
2. Supponiamo che per ogni incidente stradale in cui il conducente e' restato ferito si registrino le variabili X : il conducente indossava le cinture? e Y : L'incidente e' stato mortale? Le distribuzioni di probabilità condizionata di X dato Y sono le seguenti:

	Y: Mortale?	
X: Cinture?	Si'	No
No	0.75	0.2922
Si'	0.25	0.7078
Totale	1.00	1.0000

Inoltre e' noto che la probabilità marginali di incidente sono:

	Y: Mortale?		
	Si'	No	Totale
0.0040	0.9960	1.0000	

- (a) Determinare la probabilità che il conducente indossi le cinture. (b) Determinare la probabilità che un incidente sia mortale sapendo che il conducente non indossava le cinture. (c) Ricostruire la tavola di probabilità congiunta. (d) Gli eventi 'l'incidente e' mortale' e 'il conducente indossava le cinture' sono indipendenti? Giustificare.
3. Per definire la probabilità di un evento e' necessario definire:
 - uno spazio campionario
 - uno spazio degli eventi munito di operazioni e
 - una misura di probabilità.

(a) Definire i concetti sopra indicati precisando gli insiemi coinvolti, le operazioni e gli assiomi della misura di probabilità. (b) Infine definire la probabilità di un evento condizionata al verificarsi di un altro evento.